

## Прототипы заданий В8 открытого банка задач по математике ЕГЭ-2013

**Элементы содержания:** производная, геометрический смысл производной, уравнение касательной к графику функции, применение производной к исследованию функции, первообразная и интеграл.

### Умения:

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции, описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения;
- вычислять производные и первообразные функций;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения.

### Источники:

1. <http://mathege.ru/or/ege/>
2. <http://reshuege.ru/>

### Геометрический смысл производной, касательная

**В8.№ 27486.** Прямая  $y = -4x - 11$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$ . Найдите абсциссу точки касания.

#### Решение.

Условие касания графика функции  $y = f(x)$  и прямой  $y = kx + b$  задаётся системой требований:

$$\begin{cases} f'(x) = k, \\ f(x) = kx + b. \end{cases}$$

В нашем случае имеем:

$$\begin{cases} 3x^2 + 14x + 7 = -4, \\ x^3 + 7x^2 + 7x - 6 = -4x - 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 14x + 11 = 0, \\ x^3 + 7x^2 + 11x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{11}{3}, \\ x = -1, \\ x^3 + 7x^2 + 11x + 5 = 0 \end{cases}$$

Решим первое уравнение системы, с учетом проверки - только один из корней удовлетворяет второму уравнению \*, поэтому искомая абсцисса точки касания  $-1$ .

**Ответ:  $-1$ .**

**В8.№ 119972.** Прямая  $y=3x+1$  является касательной к графику функции  $y = ax^2 + 2x + 3$ . Найдите значение  $a$ .

#### Решение.

1 способ.

$$\begin{cases} ax^2 + 2x + 3 = 3x + 1 \\ 2ax + 2 = 3 \end{cases}, \text{ получаем, что}$$

$$a = 0,125$$

## 2 способ.

График данной функции- парабола, касательная к параболе имеет с ней одну общую точку, значит уравнение  $ax^2 + 2x + 3 = 3x + 1$  имеет единственное решение, следовательно дискриминант

$D = 1 - 8a$  в уравнении

$ax^2 - x + 2 = 0$  должен быть равным 0, тогда  $a = 0,125$ .

Ответ:  $a = 0,125$

**В8.№ 119973.** Прямая  $y = -5x + 8$  является касательной к графику функции  $28x^2 + bx + 15$ . Найдите  $b$ , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

**Решение.**

Условие касания графика функции  $y = f(x)$  и прямой  $y = kx + b$  задаётся системой требований:

$$\begin{cases} f'(x) = k, \\ f(x) = kx + b. \end{cases}$$

В нашем случае имеем:

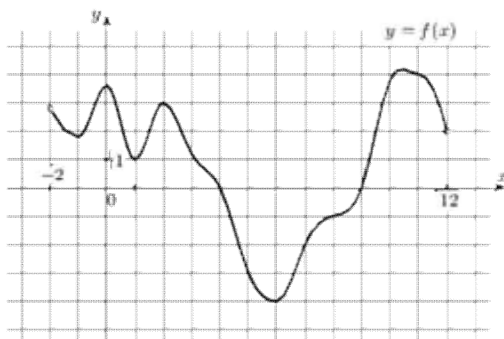
$$\begin{cases} 56x + b = -5, \\ 28x^2 + bx + 15 = -5x + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -5 - 56x, \\ 28x^2 + (-5 - 56x)x + 15 = -5x + 8 \end{cases} \begin{cases} b = -5 - 56x, \\ x^2 = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

По условию абсцисса точки касания положительна, поэтому  $x = 0,5$ , откуда  $b = -33$ .

Ответ: -33

## Задание В8 (№ 7157)

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 12)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = -17$ .

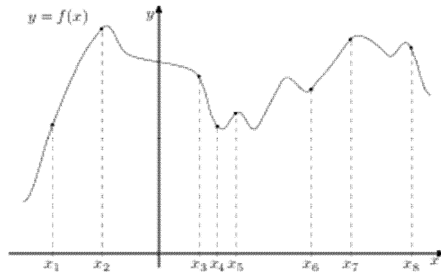


**Решение.**

Касательная параллельна  $y = -17$ , следовательно, параллельна оси OX, таких точек 6.

Ответ: 6

**В8 . № 317539 .** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  положительна?

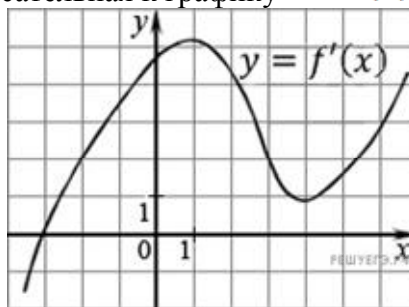


**Решение.**

Положительным значениям производной соответствует интервалы, на которых функция  $f(x)$ , возрастает. На них лежат точки  $x_1, x_2, x_5, x_6, x_7$ . Таких точек 5.

**Ответ:5.**

**В8 № 40131.** На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику  $y = f(x)$  параллельна оси



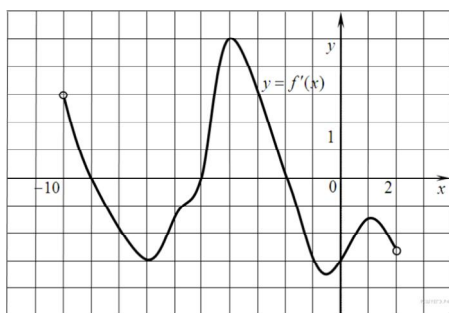
абсцисс или совпадает с ней.

**Решение.**

Поскольку касательная параллельна оси абсцисс или совпадает с ней, она имеет вид  $y = b$ , и её угловой коэффициент равен 0. Следовательно, мы ищем точку, в которой угловой коэффициент равен нулю, а значит, и производная равна нулю. Производная равна нулю в той точке, в которой её график пересекает ось абсцисс. Поэтому искомая точка  $x = -3$ .

**Ответ: -3.**

**В8 № 27501.** На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-10; 2)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -2x - 11$  или совпадает с ней.

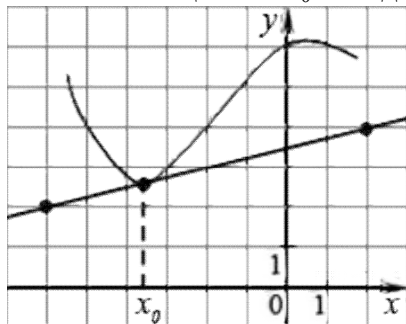


**Решение.**

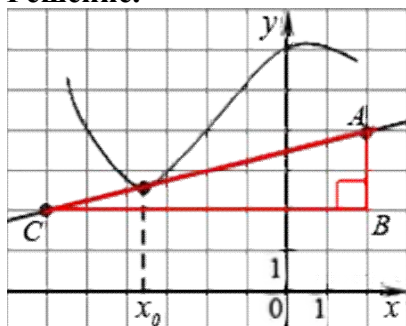
Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной. Поскольку касательная параллельна прямой  $y = -2x - 11$  или совпадает с ней, их угловые коэффициенты равны  $-2$ . Найдем количество точек, в которых  $y'(x_0) = -2$ , геометрически это соответствует количеству точек пересечения графика производной с прямой  $y = -2$ . На данном интервале таких точек 5.

**Ответ: 5.**

**В8. № 27504.** На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



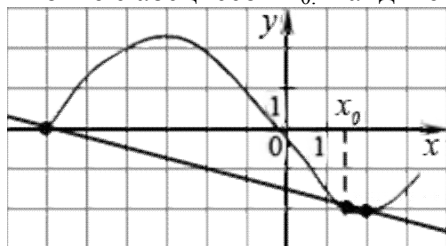
**Решение.**



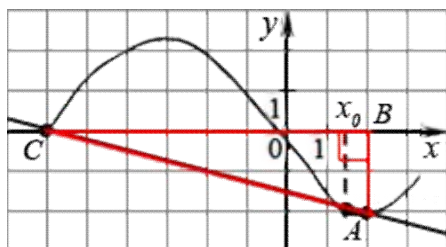
Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к положительному направлению оси абсцисс. Построим треугольник с вершинами в точках  $A(2; 4)$ ,  $B(2; 2)$ ,  $C(-6; 2)$ . Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу  $ACB$ . Поэтому

$$y'(x_0) = \operatorname{tg} \angle ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{4 - 2}{2 + 6} = 0,25.$$

**В8. № 27506.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



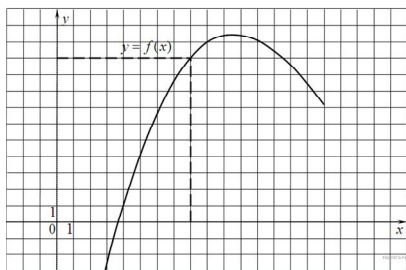
**Решение.**



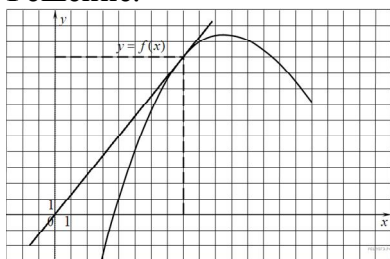
Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который равен тангенсу угла наклона данной касательной к положительному направлению оси абсцисс. Построим треугольник с вершинами в точках  $A(2; -2)$ ,  $B(2; 0)$ ,  $C(-6; 0)$ . Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу, смежному с углом  $ACB$

$$y'(x_0) = \operatorname{tg}(180^\circ - \angle ACB) = -\operatorname{tg}(\angle ACB) = -\frac{AB}{BC} = -\frac{2}{2+6} = -0,25$$

**В8 . № 40129.** На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ . Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 8. Найдите  $f(8)$ .



**Решение.**

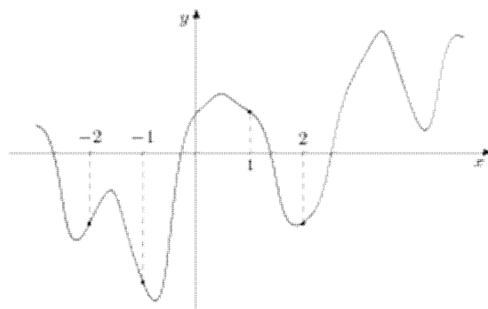


Поскольку касательная проходит через начало координат, ее уравнение имеет вид  $y = kx$ . Эта прямая проходит через точку  $(8; 10)$ , поэтому  $k = 1,25$ . Поскольку

угловой коэффициент касательной равен значению производной в точке касания, получаем:  $f'(8) = 1,25$ .

**Ответ: 1,25.**

**В8. № 317543.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-2, -1, 1, 2$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



**Решение.**

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Производная положительна в точках  $-2$  и  $2$ . Угол наклона (и его тангенс) явно больше в точке  $-2$ .

Ответ:  $-2$ .

### Физический смысл производной

**В8 № 119975.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени  $t = 9$  с.

**Решение.**

Найдем закон изменения скорости:

$$v(t) = x'(t) = 12t - 48$$

При  $t = 9$  с имеем:

$$v(9) = 12 \cdot 9 - 48 = 60 \text{ м/с.}$$

**Ответ: 60.**

**В8 № 119978.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = t^2 - 13t + 23$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна  $3$  м/с?

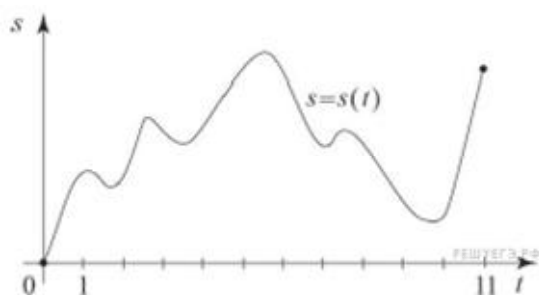
**Решение.**

Найдем закон изменения скорости:  $v(t) = x'(t) = 2t - 13$  м/с. Чтобы найти, в какой момент времени  $t$  скорость была равна 3 м/с, решим уравнение:

$$2t - 13 = 3 \Leftrightarrow 2t = 16 \Leftrightarrow t = 8 \text{ с.}$$

**Ответ: 8.**

**В8. № 500954.** Материальная точка М начинает движение из точки А и движется по прямой на протяжении 11 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки А до точки М со временем. На оси абсцисс откладывается время  $t$  в секундах, на оси ординат – расстояние  $s$  в метрах. Определите, сколько раз точка М меняла направление движения.

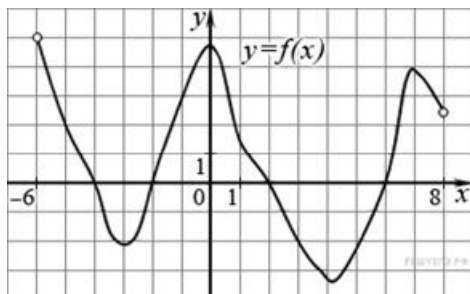
**Решение.**

В момент времени, когда точка меняет направление движения, ее мгновенная скорость равна нулю. Мгновенная скорость равна производной перемещения по времени. Значение производной равно нулю в точках экстремума функции  $s(t)$ . Точек экстремума на графике 8.

**Ответ: 8.**

### Применение производной к исследованию функций

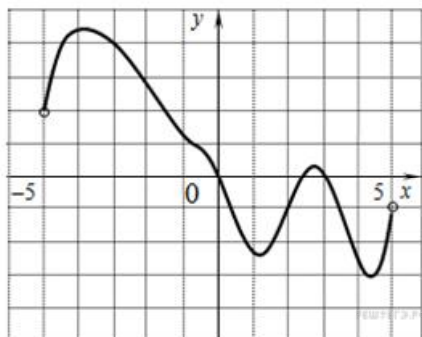
**В8 № 27487.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 8)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

**Решение.**

Производная функции положительна на тех интервалах, на которых функция возрастает, т. е. на интервалах  $(-3; 0)$  и  $(4; 7)$ . В них содержатся целые точки  $-2, -1, 5$  и  $6$ , всего их 4.

**Ответ: 4.**

**В8. № 27488.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна.

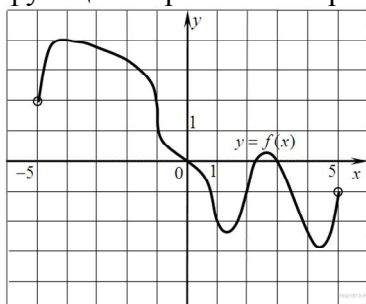


**Решение.**

Производная функции отрицательна на тех интервалах, на которых функция убывает, т. е. на интервалах  $(-3,8; 1,2)$  и  $(2,8; 4,4)$ . В них содержатся целые точки  $-3, -2, -1, 0, 1, 3, 4$ .

**Ответ: 7.**

**В8 № 27489.** На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 6$  или совпадает с ней.



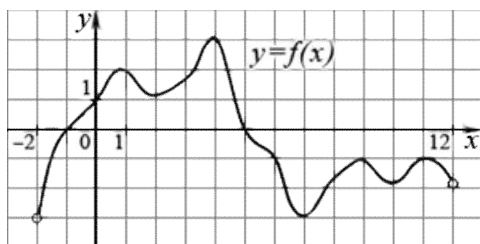
**Решение.**

Поскольку касательная параллельна прямой  $y = 6$  или совпадает с ней, их угловые коэффициенты равны 0. Угловым коэффициентом касательной равен значению производной в точке касания. Производная равна нулю в точках экстремума функции. На заданном интервале функция имеет 2 максимума и 2 минимума, итого 4 экстремума. Таким образом, касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 6$  или совпадает с ней в 4 точках.

**Ответ: 4.**

**В8 № 27490.** На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 12)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .



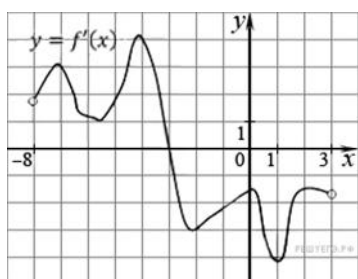


**Решение.**

Заданная функция имеет максимумы в точках 1, 4, 9, 11 и минимумы в точках 2, 7, 10. Поэтому сумма точек экстремума равна  $1 + 4 + 9 + 11 + 2 + 7 + 10 = 44$ .

**Ответ: 44.**

**В8 № 27491.** На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 3)$ . В какой точке отрезка  $[-3; 2]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?

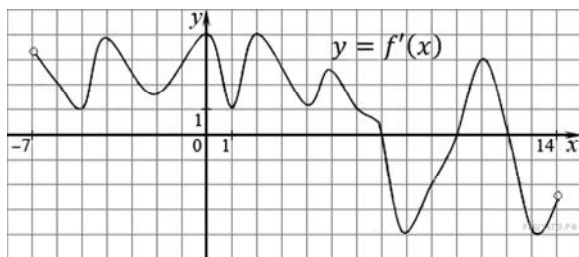


**Решение.**

На заданном отрезке производная функции отрицательна, поэтому функция на этом отрезке убывает. Поэтому наибольшее значение функции достигается на левой границе отрезка, т. е. в точке  $-3$ .

**Ответ:  $-3$ .**

**В8 № 27494.** На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 14)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-6; 9]$ .



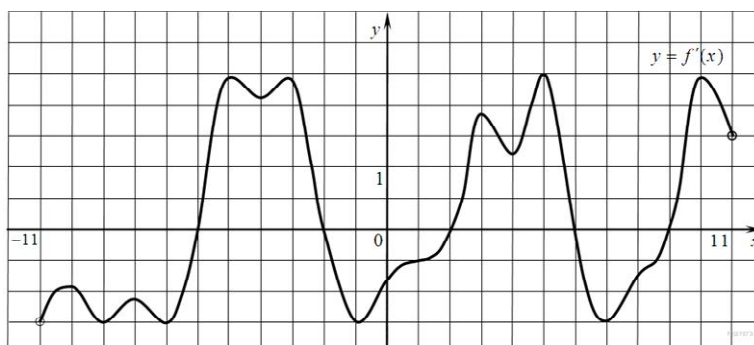
**Решение.**

Точки максимума соответствуют точкам смены знака производной с положительного на отрицательный. На отрезке  $[-6; 9]$  функция имеет одну точку максимума в  $x = 7$ .

**Ответ: 1**

**В8 № 27496.** На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на

интервале  $(-11; 11)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-10; 10]$ .

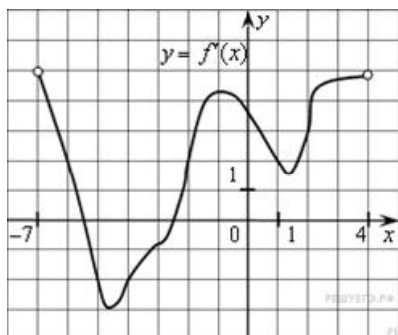


**Решение.**

Точки экстремума соответствуют точкам смены знака производной — изображенным на графике нулем производной. Производная обращается в нуль в точках  $-6, -2, 2, 6, 9$ . На отрезке  $[-10; 10]$  функция имеет 5 точек экстремума.

**Ответ: 5.**

**В8 № 27497.** На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 4)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



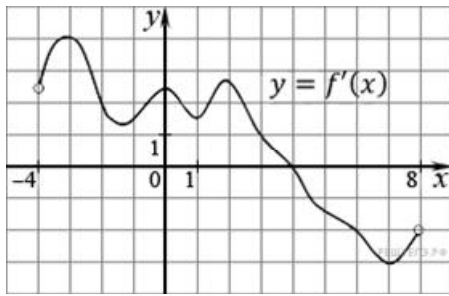
**Решение.**

Промежутки возрастания данной функции  $f(x)$  соответствуют промежуткам, на которых ее производная положительна, то есть интервалам  $(-7; -5)$ ,  $(2; 4)$ . Данные интервалы

содержат целые точки  $-6, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ . Их сумма равна  $-3$ .

**Ответ:  $-3$ .**

**В8 № 27502.** На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 8)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-2; 6]$ .

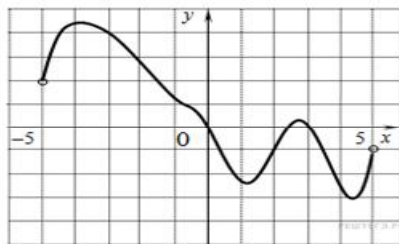


**Решение.**

Если производная в некоторой точке равна нулю, а в ее окрестности меняет знак, то это точка экстремума. На отрезке  $[-2; 6]$  график производной пересекает ось абсцисс, производная меняет знак с плюса на минус. Следовательно, точка 4 является точкой экстремума.

**Ответ: 4.**

**В8 № 119971.** На рисунке изображен график функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.

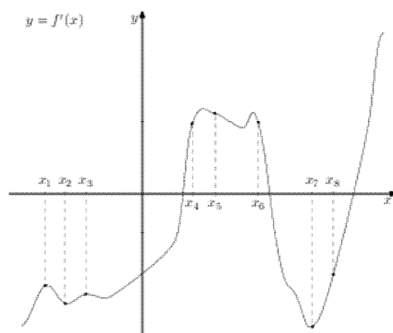


**Решение.**

Производная изображенной на рисунке функции  $f(x)$  равна нулю в точках экстремумов:  $-4,7; 1,4; 2,6$  и  $4,2$ . Производная равна нулю в 4 точках.

**Ответ: 4.**

**В8 № 317541.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$  и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  возрастает?



**Решение.**

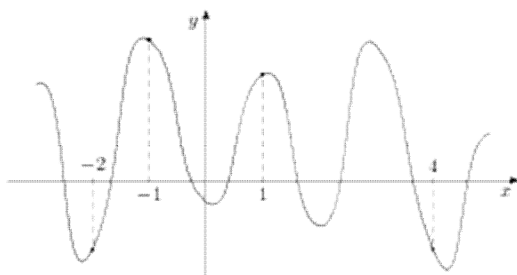
Возрастанию дифференцируемой функции  $f(x)$  соответствуют положительные

значения её производной. Производная положительна в точках  $x_4, x_5, x_6$ . Таких точек 3.

**Ответ:3.**

**В8 № 317544.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-2, -1, 1, 4$ .

В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.

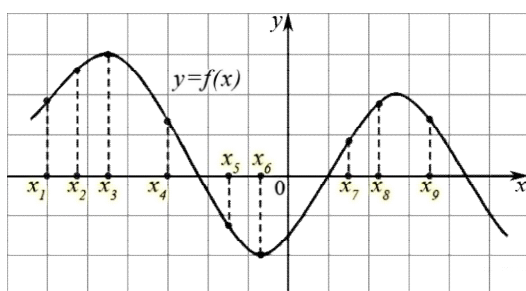


**Решение.**

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Производная отрицательна в точках  $-1$  и  $4$ . Модуль тангенса угла наклона касательной явно больше в точке  $4$ , поэтому тангенс в этой точке наименьший.

**Ответ:4.**

**В8 № 500248.** На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ . Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответе укажите количество найденных точек.



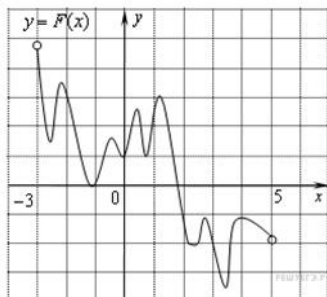
**Решение.**

Производная функции отрицательна на тех интервалах, на которых функция убывает. Если сторону клетки принять за единицу, то функция убывает на интервалах  $(-4, 4; -0, 7)$  и  $(2, 6; +\infty)$ . В них содержатся точки  $x_4, x_5, x_9$ . Их 3 штуки.

**Ответ: 3.**

## Первообразная

**! В8 № 323077.** На рисунке изображён график функции  $y = F(x)$  — одной из первообразных некоторой функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 5)$ . Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения  $f(x)=0$  на отрезке  $[-2; 4]$ .



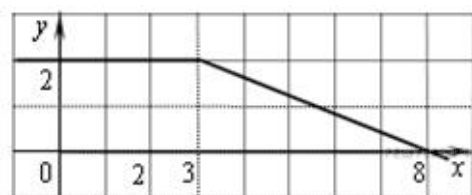
### Решение.

По определению первообразной на интервале  $(-3; 5)$  справедливо равенство  $f(x) = F'(x)$ .

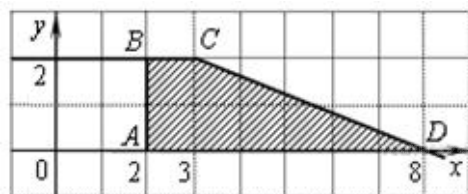
Следовательно, решениями уравнения  $f(x)=0$  являются точки экстремумов изображенной на рисунке функции  $F(x)$ . Это точки  $-2,6; -2,2; -1,2; -0,5; 0; 0,4; 0,8; 1,2; 2,2; 2,8; 3,4; 3,8$ . Из них на отрезке  $[-2; 4]$  лежат 10 точек. Таким образом, на отрезке  $[-2; 4]$  уравнение  $f(x) = 0$  имеет 10 решений.

**Ответ: 10.**

**! В8 № 323078.** На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$  (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите  $F(8) - F(2)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



### Решение.



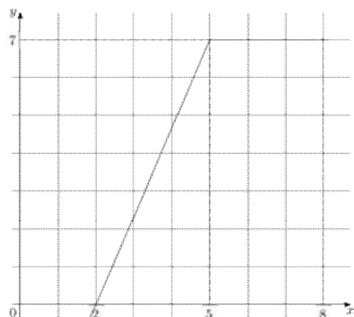
Разность значений первообразной в точках 8 и 2 равна площади выделенной на рисунке трапеции  $ABCD$ . Поэтому

$$F(b) - F(a) = \frac{1 + 6}{2} \cdot 2 = 7.$$

**Ответ: 7.**

**! В8 .№ 323259**

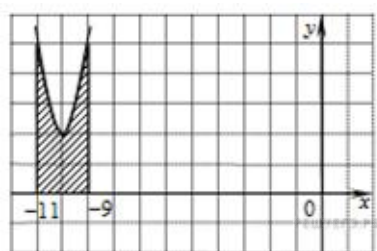
На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Пользуясь рисунком, вычислите  $F(8) - F(2)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



**Ответ: 31,5**

**! В8 № 323079.** На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ .

Функция  $F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8}$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .  
Найдите площадь закрашенной фигуры.



**Решение.**

Площадь выделенной фигуры равна разности значений первообразных, вычисленных в точках  $-9$  и  $-11$ .

Имеем:

$$F(-9) = (-9)^3 + 30 \cdot (-9)^2 + 302 \cdot (-9) - \frac{15}{8} = -729 + 2430 - 2718 - \frac{15}{8} = -1018\frac{7}{8}.$$

$$F(-11) = (-11)^3 + 30 \cdot (-11)^2 + 302 \cdot (-11) - \frac{15}{8} = -1331 + 3630 - 3322 - \frac{15}{8} = -1024\frac{7}{8}.$$

$$F(-9) - F(-11) = -1018\frac{7}{8} - (-1024\frac{7}{8}) = 6.$$

**Приведем другое решение.**

Получим явное выражение для  $f(x)$ . Поскольку

$$f(x) = F'(x) = 3x^2 + 60x + 302 = 3(x^2 + 20x + 100) + 2 = 3(x + 10)^2 + 2, \text{ имеем}$$

м:

$$\int_{-11}^{-9} (3(x+10)^2 + 2) dx = ((x+10)^3 + 2x) \Big|_{-11}^{-9} = 1 - (-1) + 2(-9 - (-11)) = 2 + 4 = 6.$$

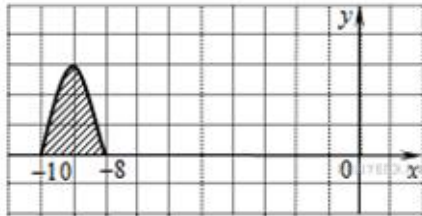
**Примечание.**

$$F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8} = (x+10)^3 + 2x - \frac{15}{8},$$

что позволяет сразу же найти  $F(-9) - F(-11)$ .

**Ответ: 6.**

**! В8 № 323080.** На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ .  
 Функция  $F(x) = -x^3 - 27x^2 - 240x - 8$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .  
 . Найдите площадь закрашенной фигуры.



**Решение.**

Найдем формулу, задающую функцию  $f(x)$ , график которой изображён на рисунке.

$$f(x) = F'(x) = -3x^2 - 54x - 240 = -3(x^2 + 18x) - 240 = 3 - 3(x+9)^2.$$

Следовательно, график функции  $f(x)$  получен сдвигом графика функции  $y = 3 - 3x^2$  на 9 единиц влево вдоль оси абсцисс. Поэтому искомая площадь фигуры равна площади фигуры, ограниченной графиком функции  $y = 3 - 3x^2$  и отрезком  $[-1; 1]$  оси абсцисс. Имеем:

$$S = \int_{-1}^1 (3 - 3x^2) dx = 2 \int_0^1 (3 - 3x^2) dx = 2(3x - x^3) \Big|_0^1 = 2(3 - 1) - 0 = 4.$$

**Ответ: 4.**

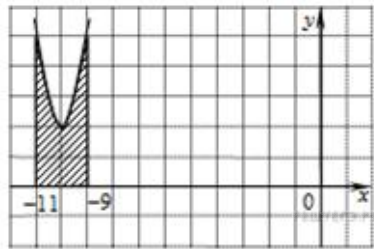
**! В8 .№ 323481**

На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ .

Функция  $F(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{27}{4}x^2 - 60x - 1$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ . Найдите площадь закрашенной фигуры.



**В8 № 323079.** На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ .



Функция  $F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8}$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ . Найдите площадь закрашенной фигуры.

**Решение.**

Площадь выделенной фигуры равна разности значений первообразных, вычисленных в точках  $-9$  и  $-11$ .

Имеем:

$$F(-9) = (-9)^3 + 30 \cdot (-9)^2 + 302 \cdot (-9) - \frac{15}{8} = -729 + 2430 - 2718 - \frac{15}{8} = -1018\frac{7}{8}.$$

$$F(-11) = (-11)^3 + 30 \cdot (-11)^2 + 302 \cdot (-11) - \frac{15}{8} = -1331 + 3630 - 3322 - \frac{15}{8} = -1024\frac{7}{8}.$$

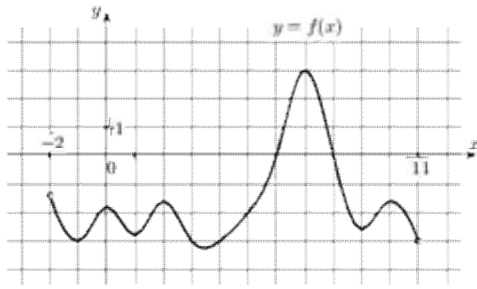
$$F(-9) - F(-11) = -1018\frac{7}{8} + 1024\frac{7}{8} = 6.$$

**Ответ:** 6

### Задания для самостоятельного решения

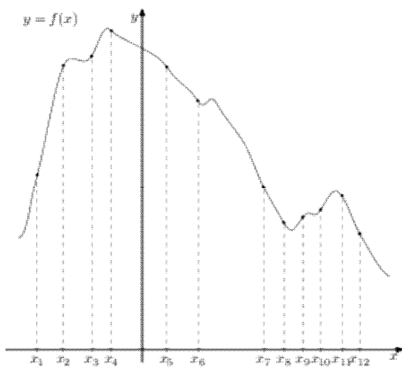
1. **В8 № 7155** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 11)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 12$ .





Ответ: \_\_\_\_\_

2. В8. № 317540 . На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и двенадцать точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?

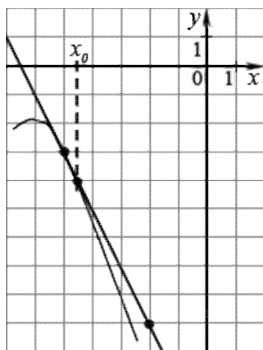


Ответ: \_\_\_\_\_

3. В8 .№ 119974. Прямая  $y = 3x + 4$  является касательной к графику функции  $3x^2 - 3x + c$ . Найдите  $c$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

4. В8 № 27505. На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



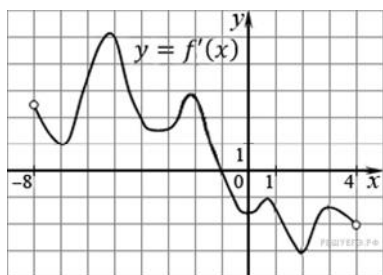
Ответ: \_\_\_\_\_

**5.B8 № 123715.** Материальная точка движется прямолинейно по

закону  $x(t) = -\frac{1}{6}t^2 + 5t - 19$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 4 м/с?

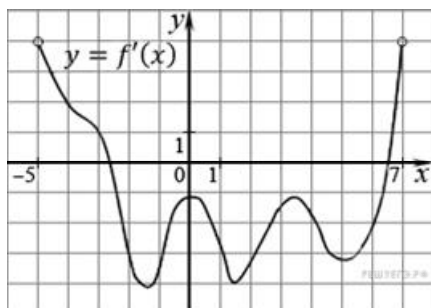
**Ответ:** \_\_\_\_\_

**6.B8 № 27492.** На рисунке изображен график производной функции  $f'(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 4)$ . В какой точке отрезка  $[-7; -3]$   $f'(x)$  принимает наименьшее значение.



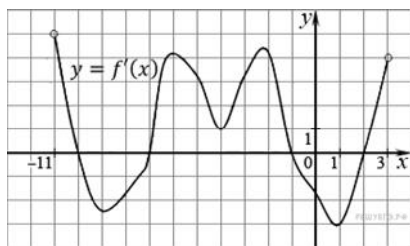
**Ответ:** \_\_\_\_\_

**7.B8 № 27498.** На рисунке изображен график производной функции  $f'(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 7)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



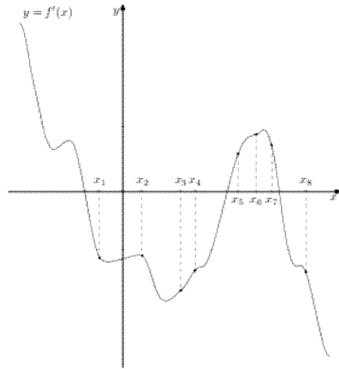
**Ответ:** \_\_\_\_\_

**8.B8 № 27499.** На рисунке изображен график производной функции  $f'(x)$ , определенной на интервале  $(-11; 3)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



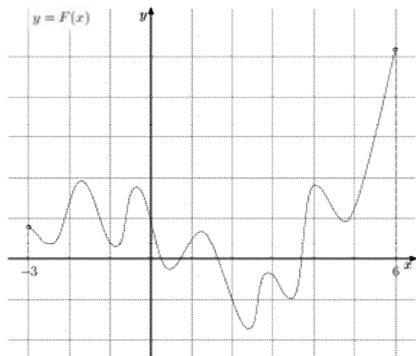
**Ответ:** \_\_\_\_\_

**9.B8 № 317542.** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$  и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  убывает?



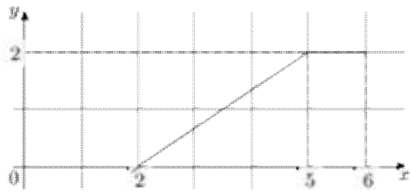
Ответ: \_\_\_\_\_

**10.B8 № 323083.** На рисунке изображён график функции  $y = F(x)$  и одной из первообразных некоторой функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 6)$ . Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения  $f(x) = 0$  на отрезке  $[-2; 5]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

**11.B8 № 323189.** На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$  (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите  $F(6) - F(2)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

12. На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ .

Функция  $F(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{27}{4}x^2 - 60x - 1$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ . Найдите площадь закрашенной фигуры.

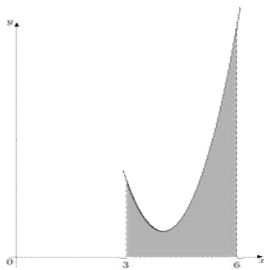


Ответ: \_\_\_\_\_

13. В8 № 323345

На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ .

Функция  $F(x) = \frac{2}{3}x^3 - 8x^2 + 33x - \frac{17}{8}$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ . Найдите площадь закрашенной фигуры.



Ответ: \_\_\_\_\_

Материалы подготовили: Алехина О.И., методист ГИМЦ РО,

Кришталь Е.Н., учитель математики лицея №2, г. Мурманск

Лисник Л.Р., учитель математики школы №56, г. Мурманск

Швец И.Ю., учитель математики школы №49, г. Мурманск